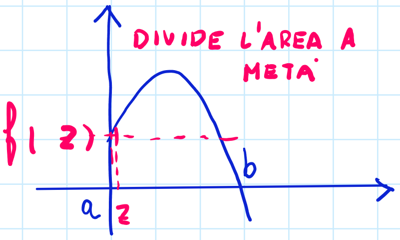
2 Sia $f(x)$ una funzione reale di variabile reale, continua nel campo reale, tale che $f(0) = 2$.
Calcolare:

t

$$\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x f(x)\,dt}{2xe^x},$$

dove e è la base dei logaritmi naturali.

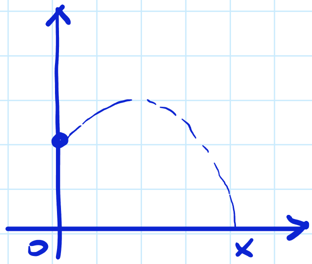
CI RICORDIAMO IL TEOREMA DELLA MEDIA $f(z) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$



$\to f(z)(b-a) = \int_a^b f(x)\,dx$

NEL NOSTRO CASO SCRIVIAMO

$$\int_0^x f(t)\,dt = f(z)(x-0)$$



con $0 < z < x$ SE $x \to 0$ ANCHE $z \to 0$

IL LIMITE DATO DIVENTA : $\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x f(t)\,dt}{2xe^x} = \lim_{x\to 0} \frac{f(z)\cancel{(x)}}{2\cancel{x}e^x} =$

$= \lim_{z\to 0} \frac{f(z)}{2e^x} = \frac{f(0)}{2e^0} = \frac{2}{2\cdot 1} = 1$